

Сто лет квантам света

Р.Дж. Глаубер

(Нобелевская лекция. Стокгольм, 8 декабря 2005 г.)

PACS numbers: 01.30.Bb, 42.50.-p, 42.55.-f

Вас не могли обойти стороной многократные упоминания в последнее время о том, что в этом году отмечается столетие со дня рождения кванта света. Я думаю, что сегодняшним утром уместно сказать несколько слов о его биографии длиной в век. Конечно, у нас на Земле кванты света были вечно, фактически с того момента, когда Создатель сказал: "Да будет квантовая электродинамика!" — что является, разумеется, современным переводом библейского текста с арамейского. Так что в этом докладе я попытаюсь рассказать вам, что такое квантовая оптика, хотя вряд ли мне хватит времени рассказать о многих новых направлениях, по которым она нас повела. Некоторые из этих направлений едва ли можно было даже предвидеть, когда вся эта работа только начиналась.

Мое личное участие в этой области началось где-то в середине прошлого века, но я хотел бы описать некоторые аспекты сцены, на которой я появился в то время будучи студентом. Начнем даже с более раннего периода, до того, как Планк привел в движение квантовую теорию. Важно напомнить некоторые замечательные открытия, сделанные в XIX веке, главным образом, благодаря работам Томаса Юнга и Огюстэна Френеля. В первое двадцатилетие XIX века они установили, что свет представляет собой волновое явление и что волны света, какого бы вида они ни были, взаимно проникают друг в друга подобно волнам на поверхности водоема. Иными словами, волновые перемещения складываются алгебраически. Это называется суперпозицией. Таким образом было найдено, что, если имеются две волны, распространяющиеся в такт, то они могут конструктивно складываться и поэтому в некоторых местах усиливать друг друга; или же наоборот, волны могут осциллировать противоположно одна другой и тем самым друг друга гасить. Это как раз то, что называется деструктивной интерференцией.

Явления интерференции были уже достаточно хорошо поняты примерно к 1820 г. С другой стороны, было совсем непонятно, что создает эти волны до тех пор, пока основные законы электрических и магнитных явлений не были объединены и замечательным образом обогащены Джеймсом Клерком Максвеллом, который тем самым развил ту электродинамику, которую мы знаем сегодня. По теории Максвелла волны света состоят из колеблющихся электрических и магнитных полей. Эта теория была столь совершенна в описании динамики электрических и магнитных полей на расстояниях лабораторных масштабов, что она долго оставалась абсо-

лютно нетронутой. В течение многих лет начиная с 1860-х гг. она не нуждалась в фундаментальных добавлениях за исключением тех, что относятся к квантовой теории. Фактически, она до сих пор служит основой обсуждения и анализа по существу всех мыслимых оптических приборов, которые когда-либо были разработаны. Этот потрясающий и продолжающийся успех в конце концов привел к определенному благодушию. К середине 20-го века казалось, что в оптических явлениях вряд ли необходимо в какой-либо степени учитывать корпускулярную природу света. Изучение поведения световых квантов было оставлено физике атомов и элементарных частиц, где интересы в значительной мере были направлены на другие явления.

История квантовой теории, конечно, реально начинается с Макса Планка. В 1900 г. Планк столкнулся с результатами многочисленных измерений спектрального распределения излучения от разогретых объектов. Было известно, что при идеальном определенных условиях, т.е. для абсолютных (черных) поглотителей или, соответственно, совершенных излучателей, это распределение является универсальным. При таких идеальных условиях интенсивности распределения излучений по цвету должны зависеть только от температуры, а не от вида излучающих материалов. Это определяет так называемое распределение излучения черного тела. Планк, вслед за другими, пытался найти математическое выражение для формы спектра черного тела. Было известно кое-что о его форме при низких частотах и имелись также разумные предположения о его форме при высоких частотах.

Замечательно, что Планк первым написал эмпирическую формулу, объединившую две предельные области. Это была относительно простая формула; она содержала одну постоянную, которую необходимо было выбрать таким образом, чтобы описать экспериментальные данные при постоянной температуре. Сделав это, Планк обнаружил, что его формула работает и при других температурах. Он представил свою формулу Немецкому физическому обществу 19 октября 1900 г. [1] и оказалось, что эта формула весьма успешно описывает и еще более новые данные. В течение нескольких недель формула была признана как единственно правильная для описания спектрального распределения теплового излучения.

Следующий вопрос напрашивался сам собой: имеет ли эта формула хоть какое-то логическое обоснование? В этом вопросе Планк, будучи искушенным теоретиком, несомненно, попал в затруднительное положение. Прежде всего, на основе опыта с термодинамикой он понимал, что мог бы построить свое рассмотрение на почти произвольной модели вещества, каким бы простым оно ни было, лишь бы эффективно

поглощало и испускало свет. Поэтому он взял за основу своей модели механическую систему, наиболее понятную для него, а именно, набор одномерных гармонических осцилляторов, каждый из которых колеблется подобно грузу на конце пружинки. Они должны были нести электрический заряд. Из теории Максвелла Планк точно знал, как такие заряженные осцилляторы взаимодействуют с электромагнитным полем. Планк мог рассчитать и то, каким образом они излучают, и то, каким образом они поглощают. Так что в его силах должно было быть нахождение равновесия между этими осцилляторами и полем излучения, которое действовало как некий тепловой резервуар и которое он никогда и не пытался подробно рассматривать.

Планк пришел к выводу, что не может обеспечить вывод своей магической формулы для распределения излучения, если только не сделать предположения, которое с философской точки зрения он считал почти неприемлемым. Это предположение заключалось в том, что рассматриваемые гармонические осцилляторы должны обладать энергиями, не распределенными как непрерывные переменные (чего следовало бы ожидать), а принимающими дискретные и регулярным образом расположенные значения. Осцилляторы с частотой ν должны были обладать значениями энергии, которые были бы кратны, т.е. n раз умножены (где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$) на нечто, названное им квантом энергии $h\nu$.

Это число h оказалось единственным числом, которое ему следовало ввести, чтобы согласовать свою магическую формулу с результатами, наблюдаемыми при какой-то одной температуре. Таким образом, Планк фактически утверждал, что его гипотетические гармонические осцилляторы, представлявшие упрощенную модель вещества, могли находиться только в таких состояниях, последовательность которых составляла "лестницу". Эта гипотеза позволяет сразу понять, почему распределение теплового излучения должно быстро спадать с увеличением частоты. Согласно гипотезе Планка, величина энергетических ступенек между состояниями осцилляторов растет при повышении частоты, но при этом энергии теплового излучения ограничены по величине при любой заданной температуре. При тепловом равновесии осцилляторы с высокими частотами никогда не достигают даже первой ступеньки возбуждения. Следовательно, при тепловом равновесии доля высокочастотного излучения должна быть очень малой. 14 декабря 1900 г. Планк представил Физическому обществу свое революционное предложение [2], хотя сам едва ли мог в него верить.

Следующее великое нововведение появилось в 1905 г. благодаря молодому Альберту Эйнштейну, в то время сотруднику патентного бюро в Берне. Эйнштейн первым заметил, что формула Планка для энтропии, связанной с распределением излучения, при учете высокочастотных вкладов выглядит как энтропия идеального газа свободных частиц с энергиями $h\nu$. Он предположил, что сам свет по своей природе может быть дискретным, но вряд ли это его предположение было окончательным заключением.

Чтобы прийти к окончательному выводу, Эйнштейн занялся изучением фотоэлектрического эффекта, который впервые наблюдался Генрихом Герцем в 1887 г. Облучение металлических поверхностей монохроматическим светом выбивает из металлов электроны, но только в том случае, если частота света превышает определенное пороговое значение, характерное для каждого металла. Наиболее разумно было бы ожидать, что, если металлы облучаются более интенсивным светом, электроны вылетают быстрее, т.е. с большими скоростями в качестве отклика на более сильные колебания электрических полей, но это не так. Они вылетают всегда с одними и теми же скоростями при условии, что падающий свет имеет частоту выше, чем пороговая частота. Если же частота ниже пороговой, то фотоэлектронов вовсе нет.

Единственный отклик металлов на увеличение интенсивности света состоит в большем выходе фотоэлектронов. Объяснение Эйнштейна было наивно простым [3]. Он предположил, что сам свет состоит из локализованных пакетов энергии, причем каждый из них обладает одним квантом энергии. Когда свет ударяет в металл, каждый пакет поглощается одним электроном. Затем этот электрон вылетает с фиксированной энергией, причем эта энергия равна энергии пакета $h\nu$ за вычетом энергии, которую необходимо потратить электрону, чтобы выйти из металла.

Потребовалось время примерно до 1914–1916 гг., для того чтобы адекватно проверить закон Эйнштейна, описывающий энергию фотоэлектронов. Когда это успешно осуществил Милликен, оказалось, что Эйнштейн был прав и что свет действительно состоит из квантованных пакетов энергии. Таким образом, именно Эйнштейн оказался творцом понятия кванта света в одной из нескольких плодотворных статей, написанных им в 1905 г.

Чтобы проследить историю вопроса чуть далее, заметим, что в 1909 г. Эйнштейн начал осознавать, что его пакеты энергии должны иметь импульс, который, согласно Максвеллу, должен быть равен их энергии, деленной на скорость света. Такие предположительно локализованные пакеты должны испускаться в выделенных направлениях, чтобы оставаться локализованными или составлять "Nadelstrahlung" (игольчатое излучение), что разительно отличается по поведению от широкого непрерывного углового распределения расходящегося излучения гармонических осцилляторов, подчиняющегося теории Максвелла. Случайное распределение этого игольчатого излучения могло бы казаться практически непрерывным, однако вызывала беспокойство случайность, с которой эти игольчатые излучения должны были возникать. Очевидно, что это была первая из случайных переменных в квантовой теории, которая вызвала беспокойство Эйнштейна и продолжала раздражать его в течение всей жизни.

В 1906 г. Эйнштейн нашел другой, гораздо более подходящий способ вывода распределения Планка, рассматривая скорость, с которой излучают атомы. В то время об атомах было мало что известно, за исключением того, что они должны быть способны поглощать и излучать свет. Атом, помещенный в поле излучения, конечно, испытывал воздействие осциллирующих полей на составляющие его заряды, и это воздействие могло приводить либо к поглощению излучения, либо к эмиссии еще большего излучения. Это были процессы поглощения и излучения, индуцированные наличием уже имеющегося излучения. Однако Эйнштейн нашел, что тепловое равновесие между веществом и излучением может быть достигнуто только тогда, когда в добавление к этим индуцированным процессам существует также спонтанный процесс — процесс, в котором возбужденный атом испускает излучение даже при отсутствии какого-либо начального радиационного поля. Это аналогично радиоактивному распаду, открытым Резерфордом. Скорости протекания этих процессов обусловлены значениями знаменитых коэффициентов Эйнштейна B и A , соответственно. Существование спонтанного излучения оказалось важной путеводной идеей при построении квантовой электродинамики.

Некоторые сомнения в квантовой природе света продолжали неизбежно существовать, но многие из них были развеяны открытием Комптона в 1922 г. эффекта рассеяния квантов рентгеновских лучей на электронах, причем в соответствии с теми же правилами, что управляют столкновениями миллиардных шаров. Оба процесса, по существу, одинаковым образом подчиняются законам сохранения энергии и импульса. Стало очевидно, что корпускулярное описание световых квантов, какие бы альтернативы ему не сопутствовали, должно остаться.

Следующие драматические события в квантовой теории произошли, разумеется, между 1924 и 1926 гг. Они привели к

тому, что частицам материи, таким, как электроны, было приписано по большей части то же волновое поведение, которое было давным-давно установлено как характеризующие свет. На этом пути де Бройль, Гейзенберг, Шрёдингер и другие совершили буквально чудеса при объяснении структуры атомов. Но насколько бы изобретение таким образом современной квантовой механики ни преуспело в создании основ более общей теории строения материи, поначалу оно, по-видимому, оказало незначительное влияние на понимание электромагнитных явлений. Значительную сложность по-прежнему представляла собой загадка спонтанного излучения.

Так что оставалась еще пара лет, в течение которых процессы излучения описывались на языке, который принято называть "квазиклассическим". Сейчас термин "классический" интересен тем, что, как известно, каждая область исследований имеет свои классические главы, причем многие из известных нам имеют двух- или трехтысячелетнюю историю. Некоторые другие несколько моложе, но все они восходят к старине, если не сказать к древности. В физике мы значительно более точны и современны. Все, что мы поняли или могли понять до выхода статьи Планка 14 декабря 1900 г., является для нас "классическим". Эти подходы и есть наша классика. Именно введение постоянной Планка ознаменовало переход от классической эры к нашей современной эре.

С другой стороны, настоящая "квазиклассическая" эра длилась всего около двух лет. Формально она закончилась с открытием [4] Полем Дираком того, что вакуум (т.е. пустое пространство) должен рассматриваться как динамическая система. Как было показано Максвеллом, распределение энергии в электромагнитном поле по пространству квадратичным образом выражается через напряженности электрического и магнитного полей. По своей структуре эти квадратичные выражения формально идентичны математическим выражениям для энергий механических гармонических осцилляторов. Дирак обнаружил, что, несмотря на то, что, казалось бы, в вакууме нет никаких регулярных полей, эти математически определенные осцилляторы, описывающие энергию поля, должны вносить вклад, который нельзя не заметить. Квантово-механическая природа осцилляторов должна вносить важную, но до тех пор неучтенную поправку в аргументы Планка.

Планк говорил, что энергии осцилляторов ограничены значениями равными n раз взятой квантовой энергии $h\nu$, однако полностью разработанная квантовая механика показала, что в действительности эти энергии равны не $n h\nu$, а $(n + 1/2) h\nu$. Все интервалы между уровнями энергии остались неизменными, но квантово-механический принцип неопределенности требует присутствия дополнительного члена $h\nu/2$. Не существует гармонического осциллятора, у которого полностью отсутствовала бы энергия, так как в этом случае его координата (положение) и импульс должны были бы одновременно иметь точно равные нулю значения.

Итак, согласно Дираку, электромагнитное поле построено из амплитуд поля, которые могут гармонически колебаться. Но из-за наличия половины кванта энергии $h\nu/2$ эти амплитуды не могут находиться в состоянии покоя. В них постоянно должны иметь место фундаментальные возбуждения, так называемые "нулевые флуктуации". При этом вакуум является активной динамической системой. Он не пуст. Он вечно заполнен шумом слабых электромагнитных полей. Они являются частью основного состояния пустоты. Из этих флуктуирующих электромагнитных полей нельзя извлечь никакой энергии, но, тем не менее, мы должны рассматривать их как реально существующие, даже если мы лишены какой бы то ни было возможности непосредственно воспринимать их.

Немедленным следствием этой картины явилось объединение понятий спонтанного и индуцированного излучений. Спонтанное излучение есть излучение, индуцированное этими нулевыми колебаниями электромагнитного поля. Более того,

такая картина предлагает в некотором смысле обходным путем почувствовать нулевые колебания путем их усиления. Квантовые усилители стремятся генерировать фоновый шум, состоящий из излучения, индуцированного этими вакуумными флуктуациями.

Следует отметить небольшое изменение в терминологии, произошедшее в конце 1920-х годов. Поскольку было обнаружено, что частицы материи подобно квантам света демонстрируют некоторые волновые свойства, представлялось разумным признать, что и сами кванты света могут быть элементарными частицами и назвать их "фотонами", как было предложено в 1926 г. Г.Н. Льюисом. Фотоны столь же дискретны, как и частицы материи, даже притом, что их существование более преходяще, и они временами свободно рождаются и исчезают.

Бесчисленные оптические эксперименты, выполненные к середине XX века, были тем или иным образом основаны на измерении только интенсивности света. Могло даже показаться, что вообще уже нет чего-либо еще, что стоит измерять. Более того, эти измерения обычно проводились с равномерными световыми пучками, проходящими через пассивную среду. Поэтому несложно показать, что такие измерения описываются в рамках простого и, по существу, классического подхода. Первый характерный математический прием сводится к разбиению выражения для осциллирующего электромагнитного поля E на два комплексно-сопряженных члена:

$$E = E^{(+)} + E^{(-)}, \quad (1)$$

$$E^{(-)} = (E^{(+)})^*, \quad (2)$$

причем подразумевается, что $E^{(+)}$ содержит только члены с положительными частотами, т.е. те, которые меняются как $\exp(-i\omega t)$ для всех $\omega > 0$, а $E^{(-)}$ содержит только члены с отрицательными частотами, $\exp(i\omega t)$. Это разбиение знакомо инженерам-электрикам и вызвано исключительно математическим удобством работы с экспоненциальными функциями. В рамках классической теории оно не имеет физических оснований, поскольку оба комплексных поля $E^{(\pm)}$ физически эквивалентны. В классической теории они дают тождественные описания.

В общем случае каждое из полей $E^{(\pm)}$ зависит от пространственной координаты \mathbf{r} и времени t . Тогда мгновенная интенсивность поля в точке \mathbf{r} и в момент времени t равна

$$|E^{(+)}(\mathbf{r}t)|^2 = E^{(-)}(\mathbf{r}t) E^{(+)}(\mathbf{r}t). \quad (3)$$

На практике именно средняя интенсивность (обычно усредняемая по времени) всегда являлась измеряемой величиной.

Действительно оригинальным элементом многих оптических экспериментов, восходящих к опыту Юнга с двумя отверстиями, были способы, которыми реализовывалась возможность сложения полей, приходящих в различные пространственно-временные точки, до того, как производятся измерения интенсивности. Таким образом, в опыте Юнга, показанном на рис. 1, свет, проникающий через одно отверстие в первом экране, проходит через два отверстия во втором экране, а затем, попадая на третий экран, детектируется. Поле $E^{(+)}(\mathbf{r}t)$ в любой точке на последнем экране представляет собой наложение двух волн, излученных из двух предыдущих отверстий, с небольшой разницей времен их попадания на третий экран, связанной с небольшой разницей расстояний, которые они должны пройти.

Если бы мы хотели обсудить в деталях результирующие интенсивности, то нашли бы, что наиболее удобно это сделать, используя корреляционную функцию, которую мы определим как

$$G^{(1)}(\mathbf{r}_1 t_1 \mathbf{r}_2 t_2) = \langle E^{(-)}(\mathbf{r}_1 t_1) E^{(+)}(\mathbf{r}_2 t_2) \rangle. \quad (4)$$

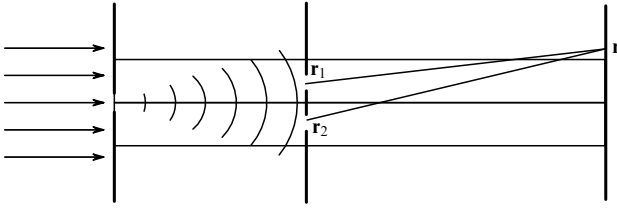


Рис. 1. Опыт Юнга. Свет, проникающий через отверстие в первом экране, падает на два близко расположенных отверстия во втором экране. Наложение волн, исходящих из отверстий в точках \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 , дает интерференционную картину, наблюдаемую в точках \mathbf{r}_3 третьего экрана.

Это комплекснозначная функция, зависящая в общем случае от обеих пространственно-временных точек \mathbf{r}_1, t_1 и \mathbf{r}_2, t_2 . Угловые скобки $\langle \dots \rangle$ указывают, что, как было отмечено, каким-то образом берется среднее значение. Тогда средняя интенсивность поля в одной точке \mathbf{r}, t просто равна $G^{(1)}(\mathbf{r}t, \mathbf{r}t)$.

Если поле $E^{(+)}(\mathbf{r}t)$ в любой точке на третьем экране задается суммой двух полей, т.е. пропорционально $E^{(+)}(\mathbf{r}_1 t_1) + E^{(+)}(\mathbf{r}_2 t_2)$, то, как легко видеть, средняя интенсивность в точке $\mathbf{r}t$ на этом экране дается суммой четырех корреляционных функций

$$G^{(1)}(\mathbf{r}_1 t_1, \mathbf{r}_1 t_1) + G^{(1)}(\mathbf{r}_2 t_2, \mathbf{r}_2 t_2) + G^{(1)}(\mathbf{r}_1 t_1, \mathbf{r}_2 t_2) + G^{(1)}(\mathbf{r}_2 t_2, \mathbf{r}_1 t_1). \quad (5)$$

Два первых слагаемых являются отдельными вкладами от двух отверстий во втором экране, т.е. интенсивностями, которые они дали бы по отдельности, если бы только одно из отверстий было открыто. Однако эти гладкие распределения интенсивности дополняются двумя последними слагаемыми в сумме, которые дают характерный интерференционный эффект от складываемых волн. Это члены, приводящие к появлению колец интенсивности, которые наблюдал Юнг.

Кольца интенсивности этого типа имеют наибольший возможный контраст, или видность, когда перекрестные члены, такие как $G^{(1)}(\mathbf{r}_1 t_1, \mathbf{r}_2 t_2)$, велики настолько, насколько это возможно. Имеется простое ограничение, налагаемое на величину таких корреляций известным неравенством. Имеется формальное соответствие, благодаря которому кросс-корреляционные функции типа $G^{(1)}(\mathbf{r}_1 t_1, \mathbf{r}_2 t_2)$ являются аналогами скалярного произведения двух векторов и поэтому подчиняются неравенству Шварца. Квадрат абсолютного значения этой корреляционной функции никогда не превосходит произведения этих двух интенсивностей. Если обозначить через x пару координат $\mathbf{r}t$, то должно получиться

$$|G^{(1)}(x_1, x_2)|^2 \leq G^{(1)}(x_1, x_1) G^{(1)}(x_2, x_2). \quad (6)$$

Верхняя граница кросс-корреляции достигается при условии

$$|G^{(1)}(x_1, x_2)|^2 = G^{(1)}(x_1, x_1) G^{(1)}(x_2, x_2), \quad (7)$$

одновременно при этом достигается максимальный контраст колец. Тогда будем говорить о полях в точках x_1 и x_2 как оптически когерентных друг с другом. Это и есть определение относительной когерентности, традиционно используемое в оптике [5].

Имеется другой способ установить условие оптической когерентности, который также весьма полезен, в частности, когда мы обсуждаем когерентность в парах точек, находящихся в пределах некоторой области пространства-времени. Предположим, что можно найти поле положительных частот $\mathcal{E}(\mathbf{r}t)$, удовлетворяющее соответствующему уравнению Максвелла, и такое, что корреляционная функция (4) имеет вид

произведения

$$G^{(1)}(\mathbf{r}_1 t_1, \mathbf{r}_2 t_2) = \mathcal{E}^*(\mathbf{r}_1 t_1) \mathcal{E}(\mathbf{r}_2 t_2). \quad (8)$$

Хотя необходимость этого свойства факторизации требует и некоторых доказательств [6], по крайней мере ясно, что она действительно приводит к оптической когерентности, которую мы определили с помощью верхней границы в неравенстве (6), поскольку в этом случае мы имеем

$$|G^{(1)}(\mathbf{r}_1 t_1, \mathbf{r}_2 t_2)|^2 = |\mathcal{E}(\mathbf{r}_1 t_1)|^2 |\mathcal{E}(\mathbf{r}_2 t_2)|^2. \quad (9)$$

В квантовой теории физические переменные, такие как $E^\pm(\mathbf{r}t)$ связаны не с простыми комплексными числами, а с операторами в гильбертовом пространстве векторов $|\cdot\rangle$, описывающих состояние системы, которой в нашем случае является электромагнитное поле. Умножение операторов $E^{(+)}(\mathbf{r}_1 t_1)$ и $E^{(-)}(\mathbf{r}_2 t_2)$ в общем случае не коммутативно, и можно показать, что эти два оператора действуют на описывающие состояния поля векторы $|\cdot\rangle$ различным, вообще говоря, образом. Можно показать, что, в частности, оператор $E^{(+)}$ является оператором уничтожения. Он уменьшает на единицу число имеющихся в поле квантов. Примененный к состоянию $|n\rangle$ с n фотонами, он дает состояние $|n-1\rangle$ с $n-1$ фотонами. Дальнейшее применение оператора $E^{(+)}(\mathbf{r}t)$ приводит к уменьшению числа имеющихся квантов, однако эта последовательность должна оборваться при $n=0$, т.е. для вакуумного состояния $|\text{vac}\rangle$, в котором квантов не осталось. Окончательно, для этого состояния мы должны получить

$$E^{(+)}(\mathbf{r}t)|\text{vac}\rangle = 0. \quad (10)$$

Оператор, сопряженный $E^{(+)}$, которым является $E^{(-)}$, должен обладать свойством переводить состояние с n фотонами в состояние с $n+1$ фотонами, так что мы можем быть уверены, что, например, состояние $E^{(-)}(\mathbf{r}t)|\text{vac}\rangle$ есть однофотонное состояние. Поскольку вакуумное состояние не может быть получено увеличением числа фотонов, мы должны потребовать выполнения соотношения

$$\langle \text{vac} | E^{(-)}(\mathbf{r}t) = 0, \quad (11)$$

являющегося сопряженным соотношению (10).

Результаты квантовых измерений зачастую зависят от метода, которым эти измерения производят. Самые полезные и информативные пути обсуждения таких экспериментов обычно те, что основаны на физике самого процесса измерения. Поэтому, чтобы обсудить измерение интенсивности света, мы должны понять работу устройства, которое детектирует или считает фотоны.

Такие устройства, в общем случае, работают, поглощая кванты и регистрируя каждый такой эффект поглощения, например, путем детектирования испущенного фотоэлектрона. Нам не нужно входить во все детали процесса фотопоглощения, чтобы понять общую природу выражения для вероятности счета фотонов. Нужно только предположить, что наш идеальный детектор в точке \mathbf{r} имеет пренебрежимо малые размеры и вероятность поглощения им фотонов не зависит от частоты, так что ее можно рассматривать как инструмент диагностики поля в четко определенное время t . Тогда, если поле совершает переход из начального состояния $|i\rangle$ в конечное состояние $|f\rangle$, в котором на один фотон меньше, амплитуда вероятности этого конкретного перехода дается скалярным произведением или матричным элементом

$$\langle f | E^{(+)}(\mathbf{r}t) | i \rangle. \quad (12)$$

Чтобы найти полную вероятность перехода, мы должны найти квадрат модуля этой амплитуды и просуммировать результат

по полному набору возможных конечных состояний $|f\rangle$ этого поля. Условие полноты множества состояний $|f\rangle$ имеет вид

$$\sum_f |f\rangle\langle f| = 1,$$

и мы получаем, что полная вероятность перехода пропорциональна

$$\begin{aligned} \sum_f |\langle f|E^{(+)}(\mathbf{r}t)|i\rangle|^2 &= \\ &= \sum_f \langle i|E^{(-)}(\mathbf{r}t)|f\rangle\langle f|E^{(+)}(\mathbf{r}t)|i\rangle = \\ &= \langle i|E^{(-)}(\mathbf{r}t)E^{(+)}(\mathbf{r}t)|i\rangle. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь стоит повторить, что в квантовой теории поля $E^{(\pm)}$ являются некоммутирующими операторами, а не простыми числами. Таким образом, нельзя менять их порядок в выражении (13), если мы хотим сохранить его смысл. В классической теории, обсуждавшейся ранее, $E^{(+)}$ и $E^{(-)}$ являются обычными числами, они несут эквивалентную информацию. Нет физического различия между поглощением фотонов и их испусканием, поскольку нет классических фотонов. Тот факт, что квантовая энергия $h\nu$ исчезает при $h \rightarrow 0$, снимает какие-либо различия между положительными и отрицательными значениями частотной переменной.

Начальное состояние поля в нашем эксперименте по счету фотонов, конечно, зависит от того, свет от какого источника используется, а очень мало источников дают чистые квантовые состояния какого-либо типа. Таким образом, мы должны рассматривать состояние $|i\rangle$ как зависящее в общем случае от некоторого набора случайных и неконтролируемых параметров, характеризующих источник. Поэтому статистика отсчетов, которые мы в действительности измеряем, может варьироваться от одного проведенного эксперимента к другому. Число, которое мы получим, должно рассматриваться как среднее, взятое по всем этим экспериментам. Самый аккуратный способ определения случайных свойств состояния $|i\rangle$ состоит в использовании того, что фон Нейман назвал оператором плотности

$$\rho = \{|i\rangle\langle i|\}_{av}, \quad (14)$$

который является статистическим средним внешнего произведения вектора $|i\rangle$ на самого себя. Это выражение позволяет написать среднее вероятности отсчетов в виде

$$\{\langle i|E^{(-)}(\mathbf{r}t)E^{(+)}(\mathbf{r}t)|i\rangle\}_{av} = \text{Tr}\{\rho E^{(-)}(\mathbf{r}t)E^{(+)}(\mathbf{r}t)\}. \quad (15)$$

Как мы отмечали ранее, интерференционные эксперименты, подобные опытам Юнга и Майкельсона, часто выполняются с помощью измерения интенсивностей линейных комбинаций полей, относящихся к двум разным пространственно-временным точкам. Чтобы получить вероятность отсчетов в таком поле, как, например, $E^{(+)}(\mathbf{r}_1, t_1) + E^{(+)}(\mathbf{r}_2, t_2)$, нам необходимо знать выражения, подобные выражению (15), но с двумя различными пространственно-временными аргументами \mathbf{r}_1, t_1 и \mathbf{r}_2, t_2 . Тогда удобно определить корреляционную функцию (4) в квантовой теории как

$$G^{(1)}(\mathbf{r}_1 t_1 \mathbf{r}_2 t_2) = \text{Tr}\{\rho E^{(-)}(\mathbf{r}_1 t_1)E^{(+)}(\mathbf{r}_2 t_2)\}. \quad (16)$$

Эта функция имеет ту же структуру скалярного произведения, что и классическая функция (4), и можно также показать, что она подчиняется неравенству (6). Чтобы определить оптическую когерентность, мы снова можем взять верхнюю границу модуля этой кросс-корреляционной функции или, что эквивалентно, условие факторизации (8).

Здесь стоит заметить, что оптические эксперименты с целью достижения высокой степени когерентности почти всегда выполнялись с использованием света максимально возможной монохроматичности. Причина этого становится ясной из условия факторизации (8). Эти эксперименты всегда основывались на использовании постоянных или статистически стационарных источников света. Под стационарным источником мы подразумеваем, что функция $G^{(1)}$ с двумя различными временными аргументами t_1 и t_2 может фактически зависеть только от их разности $t_1 - t_2$. Тогда для оптической когерентности требуется

$$G^{(1)}(t_1 - t_2) = \mathcal{E}^*(t_1)\mathcal{E}(t_2). \quad (17)$$

Единственно возможное решение такого функционального уравнения для функции $\mathcal{E}(t)$ есть решение, осциллирующее с одной положительной частотой. Таким образом, требование монохроматичности вытекает из условия стационарности источников. С другой стороны, условие факторизации (8) определяет также оптическую когерентность в более общем случае нестационарных источников.

Хотя энергии квантов видимого света в обычных масштабах весьма малы, средства их обнаружения существовали многие десятилетия. Простейшие методы основаны на фотоэлектрическом эффекте и использовании фотоэлектронных умножителей, дающих хорошо регистрируемые импульсы тока. Возможность детектирования одиночных квантов вызывает ряд интересных вопросов, связанных с их статистическими распределениями, которые, в принципе, должны быть доступны для измерений. Мы могли бы, например, представить себе, что счетчик квантов помещен в заданный световой пучок, а мы интересуемся распределением временных интервалов между последовательными отсчетами. Насколько мне известно, статистические задачи данного типа вообще не ставились до тех пор, пока в 1950-х годах не стала понятной важность квантовых корреляций. До тех пор практически во всех оптических экспериментах измерялись только средние интенсивности или скорости квантовых отсчетов, и все, что требовалось для их описания — это корреляционная функция $G^{(1)}$. Однако именно в это десятилетие были начаты несколько новых видов экспериментов, для которых потребовался более общий подход. По-видимому, этот период и положил начало квантовой оптике как новой или обновленной области физики.

В эксперименте, который мне представляется наиболее интересным, Р. Ханбери Браун и Р.К. Твисс развили новый вид интерферометрии [7]. Сначала они интересовались измерением угловых размеров небесных источников радиоволн и обнаружили, что его можно осуществить, используя две антенны, как показано на рис. 2, к каждой из которых присоединен детектор, чтобы убрать высокочастотные осцилляции поля. Затем оставшиеся низкочастотные сигналы вместе с шумами посылались на центральный умножитель этих сигналов, и усредненные по времени значения записывались. Таким образом, каждый детектор давал выходной сигнал, пропорциональный квадрату падающего поля, а центральное устройство записывало число, являющееся четвертой степенью по напряженности поля.

Используя классические выражения для напряженности поля, нетрудно показать, что выражение четвертой степени содержит измеряемый интерференционный вклад; используя его, Ханбери Браун и Твисс измерили угловые размеры многих радиосточников. Далее они поставили вопрос, нельзя ли провести аналогичную "интерферометрию интенсивности" видимого света и таким образом измерить угловые диаметры видимых звезд. Несмотря на то, что подобная возможность казалась вполне логичной, такой интерференционный эффект требовал детектирования пар фотонов, но определение требуемого интерференционного эффекта наталкивалось на очевидное препятствие, сформулированное Дираком в первой главе его знаменитого учебника по квантовой механике [8].

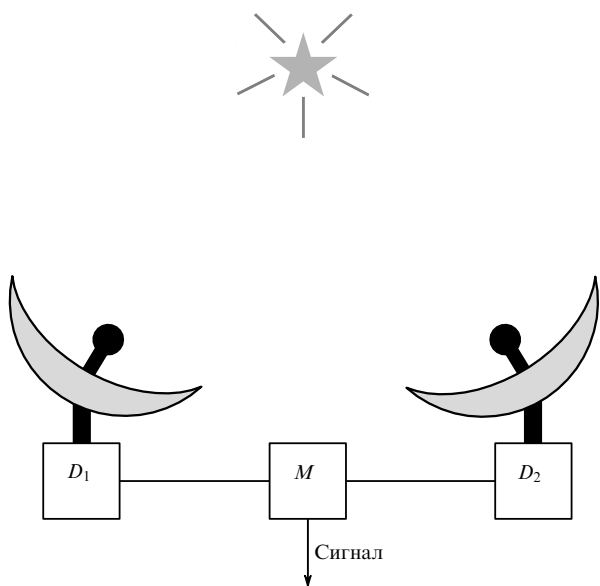


Рис. 2. Схема интерферометрии по интенсивностям Ханбери Брауна и Твисса. Радиочастотные волны принимаются и детектируются двумя антеннами. Результирующие отфильтрованные низкочастотные сигналы посылаются на устройство, формирующее выходной сигнал, пропорциональный их произведению.

Там Дирак обсуждает, почему наблюдается интерференционная картинка интенсивности в интерферометре Майкельсона, и утверждает с подчеркнутой ясностью: "Каждый фотон интерферирует только сам с собой. Интерференции двух разных фотонов не происходит никогда".

Здесь уместно напомнить, что интерференция означает просто, что амплитуды вероятности для альтернативных и неразличимых путей должны складываться алгебраически. Это не фотоны физически интерферируют, это интерферируют их амплитуды вероятности, а амплитуды вероятности могут быть также хорошо определены для любого числа фотонов.

Очевидно, Ханбери Браун и Твисс пребывали в сомнениях по этому поводу; они провели эксперимент [9], чтобы определить, действительно ли пары фотонов могут интерферировать. Схема их эксперимента показана на рис. 3. Источником света является максимально монохроматическая разрядная трубка. Свет от этого источника коллимируется и посылается на посеребренное полупрозрачное зеркало, направляющее разделенные пучки на два отдельных фотодетектора. Более

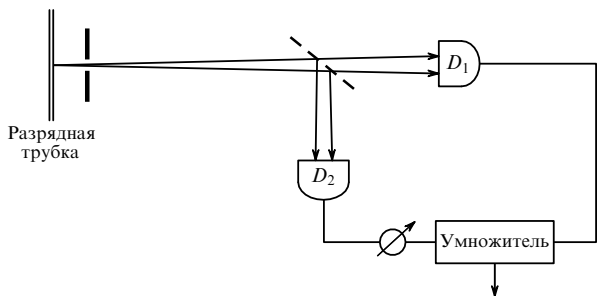


Рис. 3. Эксперимент Ханбери Брауна–Твисса по корреляции фотонов. Свет из максимально монохроматической разрядной трубки падает на полупосеребренное зеркало, направляющее разделенный пучок на два отдельных фотодетектора. Случайные фототоки от двух детекторов сначала перемножаются и затем усредняются. Изменение регистрируемого времени задержки достигается изменением расстояния от зеркала до детектора D₂.

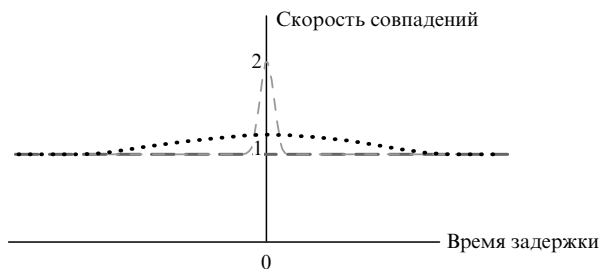


Рис. 4. Измеренная скорость совпадения фотонов слегка поднимается над постоянным фоном случайных совпадений при достаточно малых временах задержки. Наблюдаемый сигнал ослабляется по амплитуде и расширяется при больших временах задержки вследствие относительно медленного отклика фотодетекторов. В случае идеального детектора он имел бы вид более острого пика, как показано на рисунке.

или менее случайные выходные сигналы этих детекторов перемножаются, аналогично тому, как это было в эксперименте с радиочастотами, а затем усредняются. Результирующие средние демонстрируют небольшую тенденцию обоих фотодетекторов регистрировать фотоны одновременно (рис. 4). Этот эффект можно устранить, если сдвинуть один из счетчиков и тем самым внести временную задержку между сигналами. Хотя наблюдаемый эффект совпадений был значительно ослаблен плохим временным разрешением детектора, он, тем не менее, вызвал значительное удивление. Наблюдение временных корреляций фотонов в стационарном пучке было чем-то совершенно новым. Эксперимент повторяли многократно с улучшенным разрешением, и корреляционный эффект в каждом случае проявлялся все четче [10].

Данный корреляционный эффект представлялся достаточно удивительным и требующим ясного объяснения. Наиболее подходящим оказался разумный аргумент [11] Парселла, использовавшего квазиклассическую теорию излучения и формулу для времени релаксации радиочастотного шума, выведенную во время войны при исследованиях радаров. Могло показаться, что при использовании более монохроматического источника света время корреляции фотонов должно было просто увеличиться.

Несмотря на то, что конец 1950-х годов был временем, когда создавались лазеры, лишь в 1960 г. на сцене появился гелий-неоновый лазер [12] с его чрезвычайно монохроматическим и стабильным пучком света. Тогда и возник вопрос — какковы корреляции фотонов в лазерном пучке? Распространяются ли они, как можно было предположить, на гораздо большие временные интервалы, когда пучок становится более монохроматическим? Должен признаться, что некоторое время я размышлял над этим вопросом, поскольку мне казалось, что даже в отсутствие какой-либо детальной теории механизма лазера такого расширения корреляций быть не должно.

Осциллирующий электрический ток, излучающий свет в резонаторе лазера, не является током свободных зарядов. Это ток поляризации связанных зарядов, осциллирующих в направлении, перпендикулярном оси лазера (рис. 5). Если он достаточно велик, то его можно считать направленным классическим током, испытывающим пренебрежимую отдачу во время испускания отдельных фотонов. Я знал [13], что такие токи испускают фотоны, подчиняющиеся распределению Пуассона, что ясно указывает на статистическую независимость фотонов друг от друга. Поэтому представляется, что в лазерном пучке совсем не должно быть корреляций фотонов Ханбери Брауна–Твисса.

Но как тогда описать измерение совпадений отсчетов при временных задержках в экспериментах Ханбери Брауна и Твисса? Если эти два счетчика фотонов осуществляют измере-

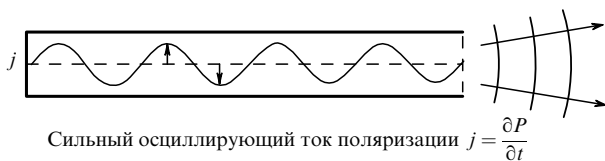


Рис. 5. Схематическая картинка газового лазера. Стоячая световая волна в разрядной трубке генерирует интенсивный ток поперечной поляризации в газе. Его осцилляции поддерживают стоячую волну и излучают световой пучок.

ния в пространственно-временных точках $\mathbf{r}_1 t_1$ и $\mathbf{r}_2 t_2$, то мы должны использовать операторы уничтожения $E^{(+)}(\mathbf{r}_1 t_1)$ и $E^{(+)}(\mathbf{r}_2 t_2)$ (которые на самом деле коммутируют). Амплитуда перехода поля из состояния $|i\rangle$ в состояние $|f\rangle$, в котором на два фотона меньше, имеет вид

$$\langle f | E^{(+)}(\mathbf{r}_2 t_2) E^{(+)}(\mathbf{r}_1 t_1) | i \rangle. \quad (18)$$

При возведении этого выражения в квадрат, суммировании по конечным состояниям $|f\rangle$ и усреднении по начальным состояниям $|i\rangle$ получаем новый вид корреляционной функции, которую можно записать как

$$\begin{aligned} G^{(2)}(\mathbf{r}_1 t_1 \mathbf{r}_2 t_2 \mathbf{r}_1 t_1) &= \\ &= \text{Tr} \{ \rho E^{(-)}(\mathbf{r}_1 t_1) E^{(-)}(\mathbf{r}_2 t_2) E^{(+)}(\mathbf{r}_2 t_2) E^{(+)}(\mathbf{r}_1 t_1) \}. \end{aligned} \quad (19)$$

Это частный случай несколько более общей корреляционной функции второго порядка, которую можно записать (используя аббревиатуру $x_j = \mathbf{r}_j t_j$) как

$$\begin{aligned} G^{(2)}(x_1 x_2 x_3 x_4) &= \\ &= \text{Tr} \{ \rho E^{(-)}(x_1) E^{(-)}(x_2) E^{(+)}(x_3) E^{(+)}(x_4) \}. \end{aligned} \quad (20)$$

Далее, Ханбери Браун и Твисс проследили за тем, чтобы пучки, попадающие на два их детектора, были когерентны настолько, насколько это возможно в обычном оптическом смысле. Функция $G^{(1)}$ должна тем самым удовлетворять условию факторизации (8), но это утверждение вовсе не означает, что функции $G^{(2)}$, определяемые формулами (19) или (20), удовлетворяют какому-либо соответствующему условию факторизации.

У нас есть свобода в том, чтобы определить некую когерентность второго порядка, требуя аналогичную факторизацию для функции $G^{(2)}$,

$$G^{(2)}(x_1 x_2 x_3 x_4) = \mathcal{E}^*(x_1) \mathcal{E}^*(x_2) \mathcal{E}(x_3) \mathcal{E}(x_4), \quad (21)$$

и это определение может быть полезным даже при том, что корреляция Ханбери Брауна–Твисса убеждает нас, что в их эксперименте такой факторизации нет. Если бы она была, то степень совпадений, согласно уравнению (21) была бы пропорциональна

$$G^{(2)}(x_1 x_2 x_2 x_1) = G^{(1)}(x_1 x_1) G^{(1)}(x_2 x_2), \quad (22)$$

т.е. произведению двух средних интенсивностей, измеренных по отдельности, но этого как раз и не было обнаружено. Обычные пучки света, т.е. свет из обычных источников, даже чрезвычайно монохроматических, как в эксперименте Ханбери Брауна–Твисса, не обладает подобной когерентностью второго порядка.

Можно продолжить и определить все более высокие порядки когерентности, определяя корреляционную функцию n -го порядка $G^{(n)}$, зависящую от $2n$ пространственно-вре-

менных координат. Полезность таких функций не очень ясна, так как выполнение экспериментов на совпадение при измерении отсчетов при n -кратной задержке на практике довольно затруднительно. Тем не менее такие функции полезно обсудить, поскольку оказалось, что они играют существенную роль в большинстве расчетов статистических распределений фотонов. Если, например, включить счетчик фотонов на любой заданный промежуток времени, то число зарегистрированных фотонов будет случайным целым числом. Многократное повторение такого эксперимента даст функцию распределения для этих чисел. Чтобы предсказать такие распределения [14], нужно, в общем случае, знать корреляционные функции $G^{(n)}$ произвольных порядков.

Коль скоро мы определяем виды когерентности высоких порядков, уместно спросить, можно ли найти поля, которые приводят к факторизации всего набора корреляционных функций $G^{(n)}$? Если да, то их можно характеризовать как обладающие полной когерентностью. Здесь возникает вопрос: существуют ли такие состояния поля? В действительности их великое множество, и некоторые из них могут точно описывать распределения для полей, создаваемых заданными распределениями классических токов. Эти поля имеют замечательное свойство — исчезновение одного фотона под действием оператора $E^{(+)}$ оставляет поле по существу неизменным. При этом вектор состояния просто умножается на обычное число. Это соотношение можно записать следующим образом

$$E^{(+)}(\mathbf{r}t) | \rangle = \mathcal{E}(\mathbf{r}t) | \rangle, \quad (23)$$

где $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$ есть положительно-частотная функция пространственно-временной точки \mathbf{r}, t . Отсюда незамедлительно следует, что в таких полях имеется неопределенное число квантов. Только таким образом они могут остаться неизменными, когда убирается один квант. В действительности это замечательное соотношение справедливо для всех квантовых состояний, создаваемых распределением классических токов, и в этом случае оказывается, что функция $\mathcal{E}(\mathbf{r}t)$ представляет собой классическое решение для электрического поля.

Любой вектор состояния, подчиняющийся соотношению (23), подчиняется также сопряженному соотношению

$$\langle | E^{(-)}(\mathbf{r}t) = \mathcal{E}^*(\mathbf{r}t) \langle |. \quad (24)$$

Следовательно, корреляционная функция n -го порядка действительно имеет факторизованный вид

$$G^{(n)}(x_1, \dots, x_{2n}) = \mathcal{E}^*(x_1) \dots \mathcal{E}^*(x_n) \mathcal{E}(x_{n+1}) \dots \mathcal{E}(x_{2n}) \quad (25)$$

требуемый для когерентности n -го порядка. Такие состояния представляют полностью когерентные поля, и проводимые в них эксперименты на совпадение отсчетов при задержках не выявят никаких фотонных корреляций. Например, чтобы объяснить корреляции Ханбери Брауна–Твисса, следует использовать не чистые когерентные состояния, а их смеси, для которых условие факторизации, подобное (25), больше не выполняется. Чтобы увидеть, как возникают такие смеси, полезно обсудить отдельные моды колебаний поля.

Электромагнитное поле в свободном пространстве имеет континуум возможных частот колебаний и континуум доступных мод пространственных осцилляций на любой заданной частоте. Часто вместо одновременного рассмотрения всех этих мод проще выделить единственную моду и рассмотреть только ее поведение. При таком рассмотрении поле как целое есть сумма вкладов отдельных мод. Фактически в экспериментах с полем, заключенным внутри отражающих стенок, моды поля составляют дискретный набор, и их вклады часто можно физически разделить.

Как отмечалось ранее, колебания отдельной моды поля существовать такие же, как колебания гармонического осциллятора. n -е возбужденное состояние этого осциллятора точно соответствует наличию n световых квантов в этой моде. Оператор, уменьшающий квантовое число осциллятора, обычно обозначается буквой a , а сопряженный ему оператор, увеличивающий квантовое число на единицу, как a^\dagger . При этом эти операторы подчиняются соотношению

$$a a^\dagger - a^\dagger a = 1, \tag{26}$$

которое показывает, что их умножение некоммутативно. Можно выбрать оператор поля $E^{(+)}(\mathbf{r}, t)$ для изучаемой моды пропорциональным оператору a . Тогда любой вектор состояния моды, подчиняющийся соотношению (23), имеет свойство

$$a | \alpha \rangle = \alpha | \alpha \rangle, \tag{27}$$

где α — некоторое комплексное число. Нетрудно найти векторы состояний, удовлетворяющие соотношению (27) при любом заданном значении α . Их можно выразить в виде суммы, взятой по всем возможным состояниям $|n\rangle$ с квантовыми числами $n = 0, 1, 2, \dots$, как

$$| \alpha \rangle = \exp\left(-\frac{1}{2} |\alpha|^2\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \tag{28}$$

где мы выбрали обозначение состояния с помощью произвольного комплексного параметра α . Состояния $| \alpha \rangle$ являются полностью когерентными состояниями моды поля.

Квадраты модулей коэффициентов при состояниях $|n\rangle$ в уравнении (28) говорят нам, какова вероятность наличия n квантов в моде, и эти числа действительно дают такое распределение Пуассона, что среднее значение n равно $|\alpha|^2$. Когерентные состояния образуют полный набор состояний в том смысле, что любое состояние моды может быть выражено как соответствующая сумма по ним. При том, как мы их определили, когерентные состояния эквивалентны некоторым осцилляторным состояниям, определенным Шрёдингером [15] в его самых первых обращениях к волновой функции. Таким образом, будучи известными с самого начала волновой механики, они, по-видимому, не играли существенной роли на ранних этапах развития теории.

Когерентные возбуждения полей можно довольно просто комбинировать. Предположим, что один механизм возбуждения переводит моду поля из вакуумного состояния $|0\rangle$ в когерентное состояние $| \alpha_1 \rangle$. Другой механизм мог бы перевести ее, например, из состояния $|0\rangle$ в состояние $| \alpha_2 \rangle$. Если оба механизма действуют одновременно, то результирующее состояние можно записать как $\exp(i\varphi) | \alpha_1 + \alpha_2 \rangle$, где $\exp(i\varphi)$ — фазовый множитель, зависящий от α_1 и α_2 , причем у нас нет необходимости знать его, поскольку он выпадает из выражения для оператора плотности

$$\rho = | \alpha_1 + \alpha_2 \rangle \langle \alpha_1 + \alpha_2 |. \tag{29}$$

Это соотношение воплощает принцип суперпозиции возбуждений поля и сообщает нам о том, какая статистика квантов получается. Его легко обобщить на случай суперпозиции многих возбуждений. Скажем, если имеется j когерентных возбуждений, мы получаем оператор плотности

$$\rho = | \alpha_1 + \dots + \alpha_j \rangle \langle \alpha_1 + \dots + \alpha_j |. \tag{30}$$

Предположим теперь, что амплитуды отдельных возбуждений α_j являются в том или ином смысле случайными комплексными числами. Тогда сумма $\alpha_1 + \dots + \alpha_j$ описывает некоторое случайное блуждание в комплексной плоскости. В пределе $j \rightarrow \infty$ распределение вероятностей для суммы

$\alpha = \alpha_1 + \dots + \alpha_j$ дается распределением Гаусса, которое можно записать как

$$P(\alpha) = \frac{1}{\pi \langle n \rangle} \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{\langle n \rangle}\right), \tag{31}$$

где среднее значение $|\alpha|^2$, записанное как $\langle n \rangle$, есть среднее значение квантов в моде.

Оператор плотности, описывающий этот вид случайных возбуждений, есть вероятностная смесь когерентных состояний

$$\rho = \frac{1}{\pi \langle n \rangle} \int \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{\langle n \rangle}\right) | \alpha \rangle \langle \alpha | d^2 \alpha, \tag{32}$$

где $d^2 \alpha$ — элемент площади в комплексной плоскости. Если выразить ρ через m -квантовые состояния, используя разложение (28), получим

$$\rho = \frac{1}{1 + \langle n \rangle} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{\langle n \rangle}{1 + \langle n \rangle}\right)^m |m\rangle \langle m|. \tag{33}$$

Итак, подобный механизм случайных возбуждений всегда ассоциируется с распределением по числу квантов в виде геометрической прогрессии, т.е. с постоянным отношением соседних членов в их последовательности (рис. 6). Наиболее известный пример — распределение Планка, где мы имеем $\langle n \rangle = [\exp(h\nu/kT) - 1]^{-1}$, а оператор плотности (33) содержит в этом случае хорошо известные температурные веса $\exp(-m h \nu / k T)$.

Есть что-то замечательно универсальное в геометрической прогрессии для n -квантовых вероятностей. С другой стороны, вид хаотического возбуждения, из которого мы ее вывели, фактически возбуждения случайным набором лазеров, может показаться достаточно специальным. Поэтому представляется целесообразным найти более общий способ охарактеризовать то же самое распределение. Если квантовое состояние задается оператором плотности ρ , с ним можно связать энтропию S , определяемую по формуле

$$S = -\text{Tr}(\rho \log \rho) \tag{34}$$

и являющуюся, грубо говоря, мерой беспорядка, характеризующей это состояние. Наиболее неупорядоченное или хаотическое состояние достигается путем максимизации S , но при поиске этого максимума мы должны учесть две связи. Первая

$$\text{Tr} \rho = 1 \tag{35}$$

отвечает попросту тому, что все вероятности в сумме дают единицу. Вторая

$$\text{Tr}(\rho a^\dagger a) = \langle n \rangle \tag{36}$$

фиксирует среднее число заполнения моды.

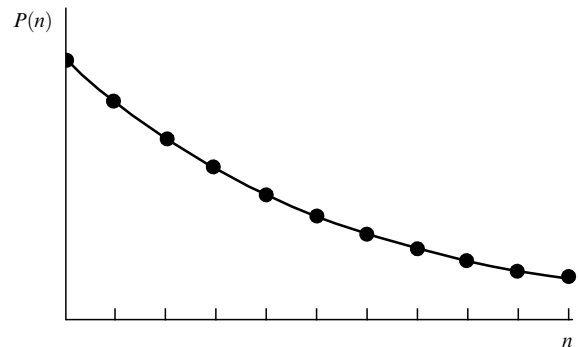


Рис. 6. Для хаотически возбужденной моды распределение вероятностей присутствия n квантов в виде геометрической прогрессии (т.е. с постоянным отношением соседних вероятностей).

При максимизации S с учетом этих связей мы действительно найдем, что оператор плотности ρ принимает вид, задаваемый уравнением (33). Таким образом, распределение в виде геометрической прогрессии является единственной формой для хаотического возбуждения. Большинство обычных источников света состоит из огромного числа атомов, излучающих почти независимо друг от друга в соответствии с уравнениями поля. Поэтому неудивительно, что они в основном являются источниками с максимальной энтропией, или хаотическими источниками. Когда возбуждено много мод, излучаемый ими свет фактически является цветным шумом, неотличимым от соответствующим образом отфильтрованного излучения черного тела.

Для хаотических источников оператор плотности (32) обеспечивает возможность вычисления всех корреляционных функций высших порядков $G^{(n)}(x_1, \dots, x_{2n})$. Действительно, все они могут быть сведены [14] к сумме произведений корреляционных функций первого порядка $G^{(1)}(x_i, x_j)$. В частности, например, скорость счета совпадений в эксперименте Ханбери Брауна–Твисса, соответствующая двум пространственно-временным точкам x_1 и x_2 , может быть записана как

$$G^{(2)}(x_1, x_2, x_2, x_1) = G^{(1)}(x_1, x_1) G^{(1)}(x_2, x_2) + G^{(1)}(x_1, x_2) G^{(1)}(x_2, x_1). \quad (37)$$

Первый из двух членов в правой части этого уравнения представляет собой просто произведение двух скоростей счета, которые можно измерять независимо в точках x_1 и x_2 . Второй член — дополнительная скорость счета с задержкой, впервые измеренная Ханбери Брауном и Твиссом, и в него действительно вносит вклад эффект двухфотонной интерференции. Если положить $x_1 = x_2$, что соответствует нулевой задержке во времени в их эксперименте, то мы видим, что

$$G^{(2)}(x_1, x_1, x_1, x_1) = 2\{G^{(1)}(x_1, x_1)\}^2, \quad (38)$$

т.е. скорость совпадений при стремящемся к нулю времени задержки должна вдвое превышать фоновую скорость, или скорость случайных совпадений.

Распределение Гаусса для оператора плотности, выраженного в терминах когерентных состояний, является примером более широкого класса так называемых "диагональных представлений", весьма удобных в использовании, если они доступны. Если оператор плотности, например, для одной моды можно представить в виде

$$\rho = \int \mathcal{P}(\alpha) |\alpha\rangle \langle \alpha| d^2\alpha \quad (39)$$

то средние значения произведений операторов типа $a^{\dagger n} a^m$ можно вычислить как простые интегралы с функцией \mathcal{P} , а именно,

$$\{a^{\dagger n} a^m\}_{\text{av}} = \int \mathcal{P}(\alpha) \alpha^{*n} \alpha^m d^2\alpha. \quad (40)$$

Функция $\mathcal{P}(\alpha)$, таким образом, играет роль некоторой плотности вероятностей, что может привести к определенному недоразумению, поскольку условие, чтобы все связанные с ρ вероятности были или положительны, или равны нулю, не требует, чтобы $\mathcal{P}(\alpha)$ была положительно определенной. Она может принимать и иногда принимает отрицательные значения в ограниченных областях α -плоскости для некоторых физических примеров, а кроме того может быть сингулярной. Как мы увидим, она является представителем более широкого класса плотностей квазивероятности. К сожалению, представление (39), \mathcal{P} -представление, существует не всегда [16, 17]. Его нельзя определить, например, для известных "сжатых" состоя-



Рис. 7. Функция квазивероятностей $\mathcal{P}(|\alpha|)$ для хаотического возбуждения является гауссовой, в то время, как для стабильного лазерного пучка она принимает ненулевое значение только в окрестности некоторого фиксированного значения $|\alpha|$.

ний поля, в которых неопределенность одной из сопряженных величин меньше, чем эта неопределенность в когерентных состояниях.

Разницу между монохроматическим лазерным пучком и хаотическим пучком легче всего выразить с помощью функции $\mathcal{P}(\alpha)$. Для стационарного лазерного пучка функция \mathcal{P} зависит только от амплитуды α ; она обращается в нуль, если $|\alpha|$ не принимает какого-либо фиксированного значения. График функции \mathcal{P} показан на рис. 7, на котором его можно сравнить с гауссовым распределением с тем же средним числом заполнения $\langle n \rangle$, заданным уравнением (31).

Как измерить статистические свойства фотонных распределений? Относительно простой способ — это поместить счетчик фотонов в пучок света после либо электрического, либо механического затвора. Если открыть затвор на заданное время t , счетчик зарегистрирует некоторое случайное число фотонов n . Повторяя это измерение достаточно много раз, можно установить статистическое распределение для этих случайных чисел n . Анализ, необходимый для математического вывода такого распределения, достаточно сложен, поскольку в общем случае он требует знания всех корреляционных функций высших порядков. Напротив, экспериментальные измерения этого распределения могут обеспечить нас информацией об этих корреляционных функциях.

В тех двух случаях, для которых мы уже знаем все корреляционные функции, особенно легко найти распределения фотоотсчетов. Если обозначить среднюю скорость, с которой регистрируются фотоны, через w , то среднее число зарегистрированных за время t фотонов, есть

$$\langle n \rangle = wt.$$

В когерентном пучке результат для вероятности n фотоотсчетов как раз и есть распределение Пуассона

$$p_n(t) = \frac{(wt)^n}{n!} \exp(-wt). \quad (41)$$

С другой стороны, в хаотическом пучке вероятность счета n квантов дается гораздо более широким распределением

$$p_n(t) = \frac{1}{1 + wt} \left(\frac{wt}{1 + wt} \right)^n. \quad (42)$$

Эти результаты, которые довольно очевидны из вероятностей чисел заполнения и неявно содержатся в уравнениях (28) и (33), проиллюстрированы на рис. 8.

Существует еще близкая проблема, которую также можно экспериментально исследовать без особых трудностей. Если открыть затвор перед счетчиком в произвольный момент

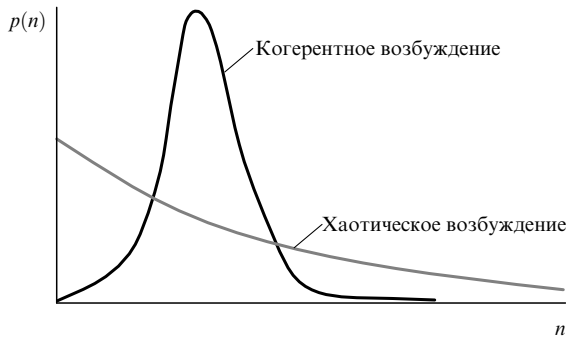


Рис. 8. Два распределения $\mathcal{P}(|\alpha|)$, показанные на рис. 7, приводят к различным распределениям по числу фотонов $p(n)$: для хаотического возбуждения — распределение в виде геометрической прогрессии, для когерентного возбуждения — пуассоново распределение.

времени, то прежде, чем зарегистрируется первый фотон, пройдет некоторое случайное время. Каково распределение этих случайных времен? В стационарном когерентном пучке это фактически ни что иное, как экспоненциальное распределение

$$W_{\text{coh}}(t) = w \exp(-wt), \tag{43}$$

в то время как в хаотическом пучке оно принимает менее очевидный вид

$$W_{\text{ch}}(t) = \frac{w}{(1 + wt)^2}. \tag{44}$$

Существует альтернативный способ нахождения распределения временных интервалов. Вместо того, чтобы просто открывать затвор в произвольный момент времени, можно начать измерение с регистрации данного фотоотсчета в нулевой момент времени, а затем спросить, каково распределение временных интервалов до следующего фотоотсчета. Это распределение, которое можно записать как $W(0|t)$, для когерентного пучка принимает тот же вид, что и для описанного ранее измерения, которое начинается в произвольные моменты:

$$W_{\text{coh}}(0|t) = w \exp(-wt) = W_{\text{coh}}(t). \tag{45}$$

Это тождество есть ни что иное, как простая переформулировка свойства статистической независимости или некоррелированности всех фотонов в когерентном пучке.

С другой стороны, для хаотического пучка распределение $W_{\text{ch}}(0|t)$ принимает вид, совершенно отличный от $W_{\text{ch}}(t)$, а именно,

$$W_{\text{ch}}(0|t) = \frac{2w}{(1 + wt)^3}. \tag{46}$$

Это выражение превосходит $W_{\text{ch}}(t)$ на временах, для которых $wt < 1$, и фактически вдвое больше, чем $W_{\text{ch}}(t)$ при $t = 0$ (рис. 9). Причина этого заключается в распределении Гаусса по амплитудам, которое неявно содержится в равенствах (31) и (32). Сам факт, что фотон зарегистрирован в момент времени $t = 0$, делает более вероятным тот факт, что в этот момент амплитуда поля α претерпела большую флуктуацию, а потому вероятность регистрации второго фотона остается на некоторое время большей, чем среднее значение. Функции $W_{\text{ch}}(t)$ и $W_{\text{ch}}(0|t)$ сравниваются на рис. 8.

Таким образом, все обсуждавшиеся до сих пор эксперименты основаны на процедуре счета фотонов или отдельными счетчиками, или несколькими счетчиками, согласованными таким образом, чтобы реагировать на совпадения при

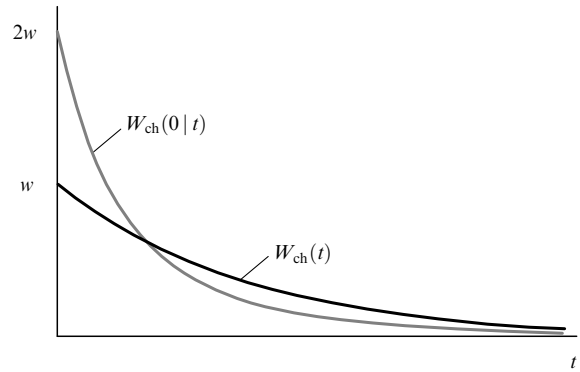


Рис. 9. Распределение временных интервалов для экспериментов по счету фотонов в некоторой хаотически возбужденной моде: $W_{\text{ch}}(t)$ — распределение временных интервалов от произвольного момента до первого отсчета; $W_{\text{ch}}(0|t)$ — распределение интервалов между двумя последовательными фотоотсчетами.

задержке. Все функции, которые они измеряют — корреляционные функции $G^{(n)}$ — являются средними значениями произведений операторов поля, записанных в определенном порядке. При чтении справа налево в нашей корреляционной функции всегда сначала идут операторы уничтожения, подобно тому, как это имеет место, например, в уравнении (19) для $G^{(2)}$. Это так называемое "нормальное упорядочение", которое придает особую роль когерентным состояниям и плотности квазивероятности $\mathcal{P}(\alpha)$, которую они играют в обсуждении этого класса экспериментов.

Но имеются и другие типы средних значений, которые иногда нужны при обсуждении других классов экспериментов. Например, они могут содержать симметрично упорядоченные суммы произведений операторов или даже антинормально упорядоченные произведения, являющиеся обратными по отношению к нормально упорядоченным. Коммутационные соотношения для перемножаемых операторов поля в конечном счете связывают все эти средние значения друг с другом, однако часто удается найти значительно более простые пути их получения. Существует плотность квазивероятности, которая играет абсолютно ту же роль для симметризованных произведений, которую функция \mathcal{P} играет для нормально упорядоченных произведений. Это функция Вигнера [18], введенная в 1932 г. в качестве чего-то вроде квантово-механической замены классической плотности вероятности в фазовом пространстве. Для антинормально упорядоченных произведений операторов роль плотности квазивероятности берет на себя среднее значение, которое в одномодовом случае равно $(1/\pi)\langle \alpha | \rho | \alpha \rangle$. Эти три плотности квазивероятностей связаны с тремя видами упорядочения операторов, и какие бы эксперименты они ни описывали, все они являются членами более широкого семейства квазираспределений, имеющих, как можно показать, много общих свойств [17].

Все результаты, о которых я говорил, были получены на относительно раннем этапе развития данной области физики, которую сегодня мы называем квантовой оптикой. Дальнейшие результаты, быстро последовавшие один за другим в последние годы, слишком многочисленны, чтобы их здесь привести. Упомяну лишь немногие. Были выполнены разнообразные тщательные измерения распределений отсчетов фотонов и корреляций того типа, который мы обсуждали [19], которые четко продемонстрировали согласие с теорией. Более того, они подробно показали, как изменяются свойства лазерных пучков с ростом мощности от допороговой до послепороговой.

Полностью развить квантово-механическую теорию лазера было трудно [20], поскольку лазер, по своей сущности,



Рис. 10. Профессор Эйнштейн, встреча весной 1951 г. в Принстоне, Нью Джерси.

является нелинейным устройством, но только с помощью такой теории могут быть поняты свойства квантовых шумов лазера. На сегодня разработано много разных теорий для различных типов колебательных систем и усилителей.

Нелинейная оптика предоставила нам новые виды квантовых явлений, такие как параметрическое преобразование частоты вниз, при котором одиночный фотон расщепляется в пару сильно коррелированных, или перепутанных фотонов. Перепутанность стала богатым источником самых, возможно, интересных, но и наиболее озадачивающих (если рассматривать их с обыденной точки зрения) квантовых явлений.

Следует подчеркнуть, что математические приемы, развитые нами для изучения квантов света, можно в равной степени применить к более широкому классу частиц, подчиняющихся статистике Бозе–Эйнштейна. Он включает в себя атомы He^4 , Na^{23} , Rb^{87} и все остальные, с которыми недавно оптическими методами были проведены эксперименты по получению бозеконденсата. Если учесть соответствующим образом атомные взаимодействия и ненулевые массы атомов, то оказывается, что формализм когерентных состояний дает разумное объяснение поведения таких бозонных газов.

Представляется, что этот формализм аналогичным образом применим к субатомным частицам — к короткоживущим бозонам. Пионы, которые сотнями и даже тысячами возникают при столкновениях тяжелых ионов при высоких энергиях, также являются бозонами. Пионы с одинаковыми зарядами обладают отчетливо заметным стремлением испускаться с сильно коррелированными импульсами, что со всей очевидностью является эффектом аналогичным корреляции фотонов Ханбери Брауна–Твисса и требует такого же анализа [21].

Конечно частицы, подчиняющиеся статистике Ферми–Дирака, ведут себя совсем не так, как фотоны или пионы. Не более одной из них занимает любое заданное квантовое состояние. Следовательно, методы расчета, связанные с фермионными полями, радикально отличаются от тех, что мы использовали для таких бозонов, как фотоны. Тем не менее было показано, что можно развить алгебраическую схему [22] расчета средних значений произведений фермионных полей, которая, что примечательно, оказалась параллельной схеме, которую мы описали для полей фотонов. Имеется однознач-

ное соответствие между математическими действиями и выражениями для бозонных полей, с одной стороны, и фермионных полей, с другой стороны. Это соответствие доказало свою полезность при описании динамики вырожденных фермионных газов.

В заключение я хотел бы рассказать вам об одном случае, имевшем место со мною в 1951 г., когда я был постдоком в Институте высших исследований в Принстоне. Из-за привычки работать в то время допоздна (в основном над статистикой фотонов [13]) я не часто оказывался за своим рабочим столом в институте в первой половине дня. Случалось, что я брел в институт около полудня, что было близко по времени к окончанию рабочего дня профессора Эйнштейна. Наши пути поэтому достаточно часто пересекались, и в одну из таких встреч при мне оказался фотоаппарат. Эйнштейн весьма охотно позволил мне его сфотографировать, как бы отдавая должное своей роли местной достопримечательности, и постоял не шевелясь, пока я снимал. На рисунке 10 приведен доселе неопубликованный результат этих действий. Я всегда буду хранить этот образ вместе с непроходящим сожалением о том, что не задал ему тогда несколько вопросов о том замечательном 1905 г.

Перевела с английского М.А. Манько
Научная редакция перевода А.М. Семихатова

Список литературы

1. Planck M *Ann. Phys.* (Leipzig) **1** 69 (1900)
2. Planck M *Ann. Phys.* (Leipzig) **1** 719 (1900)
3. Einstein A *Ann. Phys.* (Leipzig) **17** 132 (1905)
4. Dirac P A M *Proc. R. Soc. London Ser. A* **114** 243, 710 (1927)
5. Born M, Wolf E *Principles of Optics* (London: Pergamon Press, 1959) Chap. X
6. Titulaer U M, Glauber R J *Phys. Rev.* **140** B676 (1965); **145** 1041 (1966)
7. Hanbury Brown R, Twiss R Q *Philos. Mag. Ser. 7* **45** 663 (1954)
8. Dirac P A M *The Principles of Quantum Mechanics* 4th ed. (Oxford: Clarendon Press, 1958) p. 9
9. Hanbury Brown R, Twiss R Q *Nature* **177** 27 (1956); *Proc. R. Soc. London Ser. A* **242** 300; **243** 291 (1957)
10. Rebka G A, Pound R V *Nature* **180** 1035 (1957); Scarf D B *Phys. Rev.* **175** 1661 (1968)
11. Purcell E M *Nature* **178** 1449 (1956)
12. Javan A, Bennett W R (Jr.), Herriott D R *Phys. Rev. Lett.* **6** 106 (1961)
13. Glauber R J *Phys. Rev.* **84** 395 (1951)
14. Glauber R J, in *Quantum Optics and Electronics. Lectures Delivered at Les Houches During the 1964 Session of the Summer School of Theoretical Physics, Univ. of Grenoble* (Eds C DeWitt, A Blandin, C Cohen-Tannoudji) (New York: Gordon and Breach, 1965) p. 63
15. Schrödinger E *Naturwissenschaften* **14** 664 (1926)
16. Sudarshan E C G *Phys. Rev. Lett.* **10** 277 (1963)
17. Cahill K E, Glauber R J *Phys. Rev.* **177** 1857, 1882 (1969)
18. Wigner E *Phys. Rev.* **40** 749 (1932)
19. См. например: Arecchi F T, in *Quantum Optics. Proc. Intern. School of Physics "Enrico Fermi", Course XLII, Varenna, 1967* (Ed. R. J. Glauber) (New York: Academic Press, 1969); Jakeman E, Pike E R J. *Phys. A: Gen. Phys.* **2** 411 (1969)
20. Scully M O, Lamb W E (Jr.) *Phys. Rev.* **159** 208 (1967); Lax M, in *Brandeis Univ. Summer Institute Lectures, 1966 Vol. II* (Eds M Cretien et al.) (New York: Gordon and Breach, 1968); Haken H "Laser Theory", in *Encyclopedia of Physics* Vol. XXV/2c (Ed. S Flüge) (Heidelberg: Springer-Verlag, 1970)
21. Glauber R J "Quantum optics and heavy ion physics", *nucl-th/0604021; Nucl. Phys. A* **774** 3 (2006)
22. Cahill K E, Glauber R J *Phys. Rev. A* **59** 1538 (1999)